

成人高考专升本-高等数学二点题卷（一）

一、选择题

1. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = 2$, 则 $a =$ ()

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. $\frac{3}{2}$

D. 2

2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} ke^{2x}, & x < 0, \\ 1 + \cos x, & x \geq 0, \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则常数 $k =$ ()

A. 1

B. 2

C. 0

D. 3

3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 无穷小量 $x + \sin x$ 是比 x 的 ()

A. 高阶无穷小

B. 低阶无穷小

C. 同阶但非等价无穷小

D. 等价无穷小

4. 曲线 $y = x^3 + 2x$ 在点 $(1, 3)$ 处的法线方程是 ()

A. $5x + y - 8 = 0$

B. $5x - y - 2 = 0$

C. $x + 5y - 16 = 0$

D. $x - 5y + 14 = 0$

5. $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{x\sqrt{x}}$, 则 $f'(1) =$ ()

A. $-\frac{1}{6}$

B. $\frac{5}{6}$

C. $-\frac{5}{6}$

D. $\frac{1}{6}$

6. 曲线 $y = \frac{1}{x-2}$ 的渐近线的方程为 ()

A. $x = 0, y = 1$

B. $x = 1, y = 0$

C. $x = 2, y = 1$

D. $x = 2, y = 0$

7. 设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int \cos x f(\sin x) dx =$ ()

A. $F(\cos x) + C$

B. $F(\sin x) + C$

C. $-F(\cos x) + C$

D. $-F(\sin x) + C$

8. $\int_1^e x \ln x dx =$ ()

A. 0

B. $\frac{1}{4}(e^2 + 1)$

C. $\frac{1}{4}(e^2 - 1)$

D. $e^2 - 1$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-x^2} \int_0^x t^2 e^{t^2} dt}{x} =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1

10. $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = (\quad)$

- A. 不收敛 B. 1 C. -1 D. 0

11. 设离散型随机变量 X 的概率分布为

X	-1	0	1	2
P	$2a$	a	$3a$	$4a$

则 $a = (\quad)$

- A. 0.1 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.4

12. 设函数 $z = \ln xy + e^{x^2y}$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{(1,2)} = (\quad)$

- A. $\frac{1}{2} - 2e^2$ B. $\frac{1}{2} + e^2$ C. $1 + 2e^2$ D. $1 + e^2$

二、填空题

13. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{3+x} \right)^x = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. $\int_{-1}^1 (x \cos^2 x + 2) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

15. 若 $z = \ln(x + e^y)$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、解答题

16. 求曲线 $y = \sqrt{x}$, 直线 $x = 1$ 和 x 轴所围成的有界平面图形的面积 S , 及该平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V .

17. 确定函数 $y = 2x^4 - 12x^2$ 的单调区间、极值及函数曲线的凹凸性区间和拐点.

18. 证明: $2^x > x^2 (x > 4)$.



方正教育
FZ EDUCATION
FZ

参考答案

成人高考专升本-高等数学二点题卷（一）

一、选择题

1.D 2.B 3.C 4.C 5.B 6.D 7.B 8.B 9.A 10.B 11.A 12.B

二、填空题

$$13. e^3 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{3+x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{3+x}\right)^{\frac{3+x}{3} \cdot \frac{3x}{3+x}} = e^3.$$

$$14.4 \quad \int_{-1}^1 (x \cos^2 x + 2) dx = \int_{-1}^1 x \cos^2 x dx + 2x \Big|_{-1}^1 = 0 + 4 = 4.$$

$$15. -\frac{e^y}{(x+e^y)^2} \quad \text{因 } z = \ln(x+e^y), \text{ 则 } \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{x+e^y}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = -\frac{e^y}{(x+e^y)^2}.$$

三、解答题

$$16. \text{面积 } S = \int_0^1 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{2}{3}.$$

$$\text{旋转体的体积 } V = \int_0^1 \pi (\sqrt{x})^2 dx = \int_0^1 \pi x dx = \frac{\pi}{2} x^2 \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2}.$$

$$17. y' = 8x^3 - 24x, \quad y'' = 24x^2 - 24, \quad \text{令 } y' = 0, \text{ 得 } x = \pm\sqrt{3} \text{ 或 } x = 0. \text{ 令 } y'' = 0, \text{ 得 } x = \pm 1; \quad x < -\sqrt{3}$$

时, $y' < 0$; $-\sqrt{3} < x < 0$ 时, $y' > 0$; $0 < x < \sqrt{3}$ 时, $y' < 0$; $x > \sqrt{3}$ 时, $y' > 0$.

于是, 函数的递增区间为 $(-\sqrt{3}, 0)$ 和 $(\sqrt{3}, +\infty)$; 递减区间为 $(-\infty, -\sqrt{3})$ 和 $(0, \sqrt{3})$;

有极小值 $f(\pm\sqrt{3}) = -18$, 有极大值 $f(0) = 0$.

又因当 $-\infty < x < -1$ 时, $y'' > 0$, 则 y 为凹函数;

当 $-1 < x < 1$ 时, $y'' < 0$, 则 y 为凸函数;

当 $1 < x < +\infty$ 时, $y'' > 0$, 则 y 为凹函数.

综上得函数 y 的凹区间为 $(-\infty, -1)$ 和 $(1, +\infty)$, 凸区间为 $(-1, 1)$, 且拐点为 $(-1, -10)$ 和 $(1, -10)$.

$$18. \text{令 } f(x) = 2^x - x^2 (x > 4), \text{ 则 } f'(x) = 2^x \ln 2 - 2x,$$

由于此式不便判定符号，故再求出 $f''(x)$.

又因 $f''(x) = 2^x \ln^2 2 - 2 > 2^4 \ln^2 2 - 2 = 2(2 \ln 4 \ln 4 - 1) > 0$, 所以 $f'(x)$ 单调增加,

故 $f'(x) > f'(4) = 2^4 \ln 2 - 8 = 8(2 \ln 2 - 1) = 8(\ln 4 - 1) > 0$, 得到 $f(x)$ 单调增加,

故 $f(x) > f(4)$, 即 $2^x - x^2 > f(4) = 2^4 - 4^2 = 0$, 因此 $2^x > x^2 (x > 4)$.